

# Centro Studi e Ricerche “Aleph”

## Programma di Istituzioni di Matematiche

### Corso di Laurea in Biotecnologia

Docente: Gaetano G. Perlongo

8 Ottobre 2007 – 15 Settembre 2008

#### **Precorso**

Radicali quadratici. Radicali cubici. Radice n-esima di un numero positivo o nullo. 1° proprietà fondamentale. 2° proprietà fondamentale. Proprietà invariante. Prodotto di radicali. Quoziente di radicali. Prodotto e quoziente di radicali di indice diverso. Somma e differenza di radicali. Trasporto di un fattore sotto il segno di radice. Trasporto di un fattore fuori del segno di radice. Potenza di un radicale. Radice di un radicale. Razionalizzazione del denominatore di una frazione. Radicale doppio. Radicali in  $\mathbb{R}$ . Potenze con esponente frazionario. Proprietà delle potenze con esponente frazionario. Potenze con esponente irrazionale. L'unità immaginaria. L'insieme dei numeri complessi. Numero complesso nella forma algebrica. Somma e differenza di numeri complessi. Prodotto di numeri complessi. Reciproco di un numero complesso. Rapporto di numeri complessi. Numeri complessi coniugati. Introduzione al piano complesso (o di Argand-Gauss). Numeri complessi nella rappresentazione Eulero-Venn. Numeri complessi coniugati nel piano di Argand-Gauss. Numero complesso nella forma polare. Equazioni di primo grado. Uguaglianze ed identità. Primo principio di equivalenza. Secondo principio di equivalenza. Teorema di D'Alembert. Soluzione di un'equazione di primo grado ad una incognita. Equazioni letterali. Equazioni di secondo grado. Equazione monomia. Equazione pura. Equazione spuria. Equazione completa. Formula risolutiva. Discriminante. Formula ridotta e ridottissima (Regola del delta quarti). Relazione fra i coefficienti e le radici di un'equazione di 2° grado. Teorema di Vieta. Interpretazione grafica delle equazioni di 2° grado. Scomposizione in fattori del trinomio  $ax^2 + bx + c$ . Dominio. Equazioni frazionarie numeriche. Equazioni di 2° grado parametriche (Le radici siano reali. Le radici siano reali e distinte. Le radici siano reali e coincidenti. Le radici non siano reali. Una soluzione abbia un valore assegnato  $k$ . La somma delle radici sia pari a un valore assegnato  $k$ . Il prodotto delle radici sia pari a un valore assegnato  $k$ . La differenza delle radici sia pari a un valore assegnato  $k$ . La somma delle radici sia positiva «negativa». Le radici siano opposte. Il prodotto delle radici sia positivo «negativo». Le radici siano reciproche. Le radici siano antireciproche. La somma dei quadrati delle radici sia pari a  $k \geq 0$ . La somma dei cubi delle radici sia pari a  $k$ . La somma dei reciproci delle radici sia pari a  $k$ . Il prodotto dei reciproci delle radici sia pari a  $k$ . La somma dei quadrati dei reciproci delle radici sia pari a  $k \geq 0$ . Il prodotto dei quadrati

dei reciproci delle radici sia pari a  $k \geq 0$ ). Introduzione alle equazioni superiori al 2° grado. Equazioni binomie. Equazioni trinomie. Equazioni biquadratiche. Equazioni risolubili mediante scomposizione in fattori. Equazioni risolubili a tentativi. Equazioni reciproche. Introduzione ai sistemi di equazioni. Sistema possibile, impossibile ed indeterminato. Sistemi lineari di due equazioni in due incognite. Metodo di sostituzione. Metodo di riduzione. Metodo di confronto. Metodo di Cramer. Sistemi lineari di tre equazioni in tre incognite (risolubili con sostituzione e Cramer). Sistemi lineari di tre equazioni in tre incognite parametrici. Sistemi di equazioni di grado superiore al primo. Sistemi di equazioni di grado superiore al secondo. Sistemi simmetrici. Sistemi risolubili tramite artifici (Incognite ausiliarie. Particolari sostituzioni. Sommare o sottrarre membro a membro. Dividere o moltiplicare membro a membro). Intervalli limitati ed illimitati. 1°, 2° e 3° principio di equivalenza. Insieme delle soluzioni di una disequazione. Dominio di una disequazione. Disequazioni di 1° grado. Risoluzione grafica di una disequazione di 1° grado. Studio del segno di un trinomio di 2° grado. Disequazioni di 2° grado intere. Risoluzione grafica di una disequazione di 2° grado. Disequazioni di 1° e 2° grado frazionarie. Disequazioni di grado superiore al 2°. Sistemi di disequazioni di 1° e di 2° grado. Risoluzione grafica di un sistema di disequazioni numeriche. Moduli o valori assoluti. Equazioni e disequazioni contenenti valori assoluti. Equazioni irrazionali: generalità. Equazioni irrazionali con un solo radicale. Equazioni irrazionali con due radicali senza altri termini. Equazioni irrazionali con due o tre radicali quadratici e altri termini. Disequazioni irrazionali quadratiche. Disequazioni irrazionali con indice dispari. Potenza nel campo reale e relativi teoremi. Funzione esponenziale. Logaritmi. Proprietà dei logaritmi. Funzione logaritmica. Teoremi sui logaritmi. Passaggio da un sistema di logaritmi ad un altro. Cologaritmo. Equazioni esponenziali. Equazioni logaritmiche. Disequazioni esponenziali. Fenomeni ad andamento esponenziale (Capitalizzazione continua. Sviluppo di popolazioni. Pressione atmosferica). Disequazioni logaritmiche. Introduzione alla geometria analitica in  $\mathbb{R}^2$ . Piano cartesiano. Terna cartesiana. Punto cartesiano. Distanza fra due punti. Relazioni tra segmenti di una retta. Relazione di Chasles. Simmetrie nel piano cartesiano. Traslazioni di assi. Punto medio. Punti notevoli di un triangolo. Baricentro di un triangolo. Baricentro di un poligono ad  $n$  vertici. Calcolo dell'area di un triangolo col determinante  $3 \times 3$ . Equazione della retta. Retta in forma implicita. Retta in forma esplicita. Significato di coefficiente angolare. Condizione di parallelismo. Condizione di perpendicolarità. Equazione della bisettrice del 1° e 3° quadrante. Equazione della bisettrice del 2° e 4° quadrante. Intersezione tra due rette. Fascio improprio di rette. Fascio proprio di rette. Equazione della retta passante per un punto. Equazione della retta passante per due punti. Equazione della retta in forma parametrica. Altra forma notevole dell'equazione della retta: equazione segmentaria (cenni). Equazione della bisettrice di un angolo (cenni). Equazione dell'asse di un segmento (cenni).

Distanza di un punto da una retta. Grafici di curve deducibili. Equazione della circonferenza. Equazioni di particolari circonferenze. Circonferenze concentriche. Intersezioni di una circonferenza con una retta. Posizione reciproca tra due circonferenze. Condizioni per determinare l'equazione di una circonferenza. Equazione della circonferenza passante per tre punti. Equazione della circonferenza conoscendo le coordinate del centro e un punto di passaggio. Equazione della circonferenza passante per due punti e centro appartenente a una retta data. Rette tangenti a una circonferenza. Formula di sdoppiamento. Potenza di un punto rispetto ad una circonferenza. Equazione dell'asse radicale di una circonferenza. Fasci di circonferenze. Curve deducibili dalla circonferenza. Equazione della circonferenza immaginaria. La parabola come luogo geometrico. Equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle y. Equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle x. Intersezioni di una parabola con una retta. Rette tangenti a una parabola. Formula di sdoppiamento. Condizioni per determinare l'equazione della parabola. Conoscenza delle coordinate del vertice e passaggio per un punto. Curve deducibili dalla parabola. L'ellisse come luogo geometrico. Equazione dell'ellisse riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse delle ascisse. Proprietà dell'ellisse: Simmetria rispetto agli assi coordinate, Intersezioni con gli assi, Limitazioni dell'ellisse, Eccentricità. Equazione dell'ellisse riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse delle ordinate. Intersezioni di un'ellisse con una retta e condizione di tangenza. Formula di sdoppiamento. Condizioni per determinare l'equazione dell'ellisse. Equazione dell'ellisse riferita a rette parallele ai suoi assi. Curve deducibili dall'ellisse. L'iperbole come luogo geometrico. Equazione dell'iperbole riferita al centro e agli assi coi fuochi sull'asse delle ascisse. Equazione dell'iperbole riferita al centro e agli assi coi fuochi sull'asse delle ordinate. Proprietà dell'iperbole: Simmetria rispetto agli assi coordinate, Intersezioni con gli assi, Illimitazioni dell'iperbole, Asintoti. Eccentricità. Iperbole equilatera. Iperbole riferita agli asintoti. Funzione omografica. Intersezione di un'iperbole con una retta e condizione di tangenza. Tangente all'iperbole utilizzando la legge dello sdoppiamento. Condizioni per determinare l'equazione di un'iperbole. Problemi sull'iperbole. Introduzione alla goniometrica. Misura sessagesimale. Misura in radianti. Conversione di una misura da gradi sessagesimale in radianti e viceversa. Circonferenza goniometrica. Seno e coseno di un arco. Tangente di un arco. Cotangente, Secante e Cosecante di un arco. Introduzione alle funzioni goniometriche. Periodicità delle funzioni seno, coseno e tangente. Variazione del seno e coseno. Variazione della tangente. Prima relazione fondamentale. Seconda relazione fondamentale. Valori delle funzioni goniometriche di alcuni archi particolari. Grafico della funzione sinusoidale. Grafico della funzione cosinusoidale. Grafico della funzione tangentoidale. Grafico della funzione secante. Grafico della funzione cosecante. Grafico della funzione cotangente. Espressione delle funzioni goniometriche di un arco mediante una sola di esse. Archi associati al primo quadrante.

Archi supplementari. Archi esplementari. Archi complementari. Valori delle funzioni goniometriche di alcuni archi particolari: arco di  $30^\circ$ , arco di  $45^\circ$ , arco di  $60^\circ$ , arco di  $120^\circ$ , arco di  $135^\circ$  e arco di  $150^\circ$ . Formule di addizione e di sottrazione. Applicazioni delle formule di addizione e di sottrazione: arco di  $15^\circ$  e arco di  $75^\circ$ . Formule di duplicazione. Applicazioni delle formule di duplicazione: formule di triplicazione del seno e del coseno. Formule di bisezione. Formule di prostaferesi. Formule di Werner. Formule parametriche. Funzioni inverse: arcoseno, arcocoseno e arcotangente. Identità goniometriche. Equazioni goniometriche in  $\sin x = m$ ,  $\cos x = n$  e  $\operatorname{tg} x = h$ . Equazioni in seno e coseno di primo grado lineari non omogenee. Equazioni in seno e coseno di primo grado lineari omogenee. Equazioni in seno e coseno di secondo grado omogenee. Equazioni in seno e coseno di secondo grado non omogenee. Risoluzione grafica di equazioni omogenee o riducibili a omogenee di  $2^\circ$  grado. Sistemi goniometrici. Relazioni fra elementi di un triangolo rettangolo. Risoluzione dei triangoli rettangoli. Area di un triangolo. Teorema della corda. Teorema dei seni (o di Eulero). Teorema delle proiezioni. Teorema del coseno (o di Carnot). Applicazioni della trigonometria: Coordinate polari. Trasformazioni delle coordinate polari in coordinate cartesiane. Significato goniometrico del coefficiente angolare di una retta. Angolo di due rette. Applicazioni topografiche (Distanza tra due punti accessibili, ma separati da un ostacolo. Distanza tra un punto accessibile e un punto inaccessibile). Forma trigonometrica dei numeri complessi. Prodotto e quoziente di due numeri complessi in forma trigonometrica. Formula di De Moivre. Disequazioni goniometriche in:  $\sin x > h$ ,  $\cos x > n$ ,  $\operatorname{tang} x > p$ .

## **Corso**

Introduzione all'insiemistica. Nozioni preliminari e notazioni. Rappresentazione grafica di Eulero-Venn. Rappresentazione Tabulare. Rappresentazione caratteristica. Insieme vuoto. Appartenenza e non appartenenza. Relazioni tra Insiemi: Simboli e significato. Inclusione o sottoinsieme: Inclusioni banali, Inclusione stretta. Insieme unitario. Insieme delle parti. Operazioni tra insiemi: (Unione. Intersezione. Differenza). Insieme complementare. Proprietà delle operazioni sugli insiemi. Prodotto cartesiano di due insiemi. Relazioni e funzioni. Introduzione alle funzioni. Proprietà delle funzioni: funzioni iniettive, funzioni suriettive, funzioni biunivoche (o anche biettive o bigettive). Funzioni composte. Funzioni inverse. Funzioni crescenti e decrescenti. Funzioni concave e convesse. Funzioni pari e dispari. Classificazione delle funzioni reali di variabile reale. Grafici notevoli di funzioni elementari (richiami): Funzione costante, Funzione lineare (o affine), Funzione quadratica, Funzione di proporzionalità inversa, Funzione omografica, Funzione esponenziale. Funzione logaritmica, Funzioni goniometriche. Funzioni quasi elementari. Funzione di Legendre (o parte intera di  $x$ ). Funzione di Dirichlet. Funzione "valore assoluto". Funzione a traslazione

verticale. Funzione a traslazione orizzontale. Funzione per una costante. Funzioni a tratti. Funzione di apprendimento. Strutture algebriche. Gruppi. Gruppo commutativo (o abeliano). Anelli. Campi. Numeri naturali. Generalità sui numeri naturali. Concetto di operazione interna. Addizione fra numeri naturali. Moltiplicazione fra numeri naturali. Sottrazione fra numeri naturali. Necessità di ampliare l'insieme  $\mathbb{N}$ . Numeri interi. Generalità sui numeri interi. Somma fra numeri interi. Prodotto fra numeri interi. Differenza fra numeri interi. Quoziente fra numeri interi. Necessità di ampliare l'insieme  $\mathbb{Z}$ . Numeri razionali. Ampliamento dell'insieme  $\mathbb{Z}$ . Equivalenza fra numeri razionali. Somma fra numeri razionali. Differenza fra numeri razionali. Prodotto fra numeri razionali. Quoziente fra numeri razionali. Espressioni con numeri razionali. Esistenza di numeri non razionali e necessità di ampliare l'insieme  $\mathbb{Q}$ . Numeri reali. Definizione di numero reale. L'insieme  $\mathbb{R}$  dei numeri reali: la retta reale. Somma fra numeri reali. Differenza fra numeri reali. Prodotto fra numeri reali. Quoziente fra numeri reali. Proprietà algebriche dei reali. Ordinamento. Intervalli. Maggiorante. Minorante. Assioma di completezza. Sezioni di Dedekind. Gli intorno di un numero reale. Punto interno. Punto esterno. Punto di frontiera. Punti di accumulazione e insieme derivato. Punto isolato. Albero della metrica dei reali. Introduzione ai limiti. Limite finito. Limite infinito. Teorema dell'unicità del limite. Teorema del confronto o dei due carabinieri. Teorema della permanenza del segno. Teorema del limite delle funzioni monotone. Proprietà operative dei limiti finiti: 1) Limite del prodotto di una costante per una funzione, 2) Limite della somma di funzioni, 3) Limite della differenza di funzioni, 4) Limite del prodotto di funzioni, 5) Limite del quoto di funzioni, 6) Limite di elevamento a potenza di funzioni, 7) Limite di un esponenziale. Limiti notevoli. Limiti immediati. Forma di indecisione. Successioni numeriche. Successioni monotone. Successioni limitate e illimitate. Limite di una successione. Teoremi sui limiti delle successioni: teorema dell'unicità, teorema del confronto, teorema della permanenza del segno. Successione estratta o sottosuccessione. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Teorema del limite di una successione monotona. Esercizi sui limiti: (Limiti di funzioni razionali, Limiti di funzioni potenze, Limiti di funzioni trigonometriche, Esercizi di ricapitolazione sulle forme indeterminate e sulle applicazione dei limiti notevoli, Limiti di funzioni di funzioni esponenziali e logaritmiche). Legami fra ordini di infinito e ordini di infinitesimo. Asintoto verticale. Asintoto orizzontale. Asintoto obliquo. Funzioni continue. Teorema di continuità delle funzioni composte. Teorema di continuità della funzione inversa. Funzioni discontinue di 1°, 2° e 3° specie. Proprietà delle funzioni continue definite su un insieme chiuso e limitato. Teorema di Weierstrass. Teorema di Darboux o dei valori intermedi. Teorema di Bolzano-Cauchy o dell'esistenza degli zeri. Problemi che conducono al concetto di derivata. Rapporto incrementale. Definizione di derivata. Derivata sinistra e derivata destra. Continuità delle funzioni derivabili. Significato geometrico di derivata. Derivate di funzioni

elementari: derivata di una funzione costante, derivata di una variabile indipendente, derivata di una funzione potenza, derivata di una funzione radicale, derivata di una funzione goniometrica, derivata di una funzione esponenziale, derivata di una funzione logaritmica. Operazioni sulle derivate: derivata del prodotto di una costante per una funzione, derivata di una somma di funzioni, derivata di un prodotto di funzioni, derivata della potenza di una funzione, derivata di un rapporto di funzioni, derivata di una funzione reciproca, derivata della funzione tangente, derivata della funzione cotangente. Derivazione delle funzioni composte. Derivata di una funzione elevata ad un'altra funzione. Derivate successive. Derivate inverse: derivata dell'arcoseno, derivata dell'arcocoseno, derivata dell'arcotangente, derivata dell'arcocotangente. Punti di non derivabilità: flesso a tangente verticale crescente, flesso a tangente verticale decrescente, cuspidi con vertice in alto, cuspidi con vertice in basso, punto angoloso. Teoremi fondamentali del calcolo differenziale: Teorema di Fermat sui punti stazionari, Teorema di Rolle, Teorema di Lagrange o del valor medio e loro interpretazione geometrica: Corollari al Teorema di Lagrange. Teorema di Cauchy o degli "accrescimenti finiti. Teorema di De l'Hôpital. Crescenza e decrescenza di una funzione (dimostrata col teorema di Lagrange o del valor medio). Massimi e minimi assoluti di una funzione derivabile. Massimi e minimi relativi di una funzione derivabile. Concavità, convessità e flessi di una funzione. Analisi completa di una funzione. Introduzione alle serie. Carattere delle serie: serie convergente, serie divergente, serie indeterminata o oscillante, serie regolare. Serie di Mengoli. Serie geometrica. Condizione necessaria di convergenza. Serie armonica. Considerazioni generali sulle serie a termini non negativi. Criteri di convergenza. Serie minorante e serie maggiorante. Criterio del confronto. Secondo criterio del confronto o del confronto asintotico. Definizione euristica di integrale. Integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati. Proprietà degli integrali: linearità, additività. Esempio di calcolo di un integrale indefinito. Integrali indefiniti quasi immediati. Integrali di funzioni razionali quadratici. Riduzione in fratti semplici e metodo di Hermite. Integrazione per decomposizione. Integrazione per parti. Integrali di funzioni razionali cubici. Integrazione per sostituzione.

## Testi di riferimento:

### Precorso

- Mario Besostri, Giuseppe Lepre, *Complementi di algebra ed elementi di analisi*, Vol.4, Morano, Napoli.
- N. Doderò, P. Baroncini, R. Manfredi, *Lineamenti di Matematica*, per il triennio dei licei scientifici sperimentali, Tomo A, Ghisetti e Corvi Editori, Milano, 2002.
- Lamberto Lamberti, Laura Mereu, Augusta Nanni, *Corso di matematica*, Vol.2 – Tomo A, Etas, Milano, 2003.

### Corso

- Edward J. Cogan, Robert Z. Norman, *Handbook of Calculus, Difference and Differential Equations*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1963.
- M. Conti, D. L. Ferrario, S. Terracini, G. Verzini, *Analisi matematica. Dal calcolo all'analisi*, Vol.1, Apogeo, Milano, 2006.
- N. Doderò, P. Baroncini, R. Manfredi, *Lineamenti di analisi e calcolo combinatorio*, Per il triennio del Liceo scientifico, Ghisetti e Corvi Editori, Milano, 2004.
- Angelo Guerraggio, *Matematica*, Mondadori Bruno, Milano, 2004.
- Francesco Maisano, *Lezioni di Geometria*, Celup, Palermo, 1988.
- Gaetano G. Perlongo (a cura di), *Vademecum matematico*, Release 2.00, Pertronicware Ed. & Centro Studi e Ricerche "Aleph" Press, Trappeto (Palermo), 27 Ottobre 2007.
- N.S. Piskunov, *Calcolo differenziale e integrale*, Vol.1, Editori Riuniti-Edizioni Mir, Roma-Mosca, 1975.
- Daniele Ritelli, Massimo Bergamini, Anna Trifone, *Fondamenti di matematica*, Zanichelli, Bologna, 2005.
- Paolo M. Soardi, *Analisi matematica*, CittàStudi, Novara, 2006.
- Murray R. Spiegel, *Analisi matematica*, Etas libri, Milano, 1976.

#### **Centro Studi e Ricerche "Aleph"**

Via Vittorio Emanuele, 47/49  
90040 - Trappeto (Palermo) - Italy  
Phone + 39 091/8989830  
Mobile + 39 339/3255970  
<http://www.centrostudialeph.it>  
<http://xoomer.alice.it/perlongo>  
e-mail [centrostudialeph@interfree.it](mailto:centrostudialeph@interfree.it)  
e-mail [perlongo@pertronicware.com](mailto:perlongo@pertronicware.com)