

Centro Studi e Ricerche “Aleph”

Corso di Matematica Generale Corso di Laurea in Disegno Industriale

Docente: Gaetano G. Perlongo

24 Ottobre 2009 – 4 Febbraio 2010

Equazioni di primo grado. Uguaglianze ed identità. Primo principio di equivalenza. Secondo principio di equivalenza. Teorema di D’Alembert. Soluzione di un’equazione di primo grado ad una incognita. Equazioni letterali. Equazioni di secondo grado. Equazione monomia. Equazione pura. Equazione spuria. Equazione completa. Formula risolutiva. Discriminante. Formula ridotta e ridottissima (Regola del delta quarti). Relazione fra i coefficienti e le radici di un’equazione di 2° grado. Teorema di Vieta. Scomposizione in fattori del trinomio $ax^2 + bx + c$. Dominio. Equazioni frazionarie numeriche. Introduzione alle equazioni superiore al 2° grado. Equazioni binomie. Equazioni trinomie. Equazioni biquadratiche. Introduzione ai sistemi di equazioni. Sistema possibile, impossibile ed indeterminato. Sistemi lineari di due equazioni in due incognite. Metodo di sostituzione. Metodo di confronto. Metodo di riduzione. Introduzione minima alle matrici. Metodo di Cramer. Regola di Sarrus. Teorema di Laplace. Sistemi lineari di tre equazioni in tre incognite (risolvibili con sostituzione e Cramer). Sistemi di equazioni di grado superiore al 1°. Sistemi risolvibili tramite artifici. Intervalli limitati ed illimitati. 1°, 2° e 3° principio di equivalenza. Insieme delle soluzioni di una disequazione. Dominio di una disequazione. Disequazioni di 1° grado. Studio del segno di un trinomio di 2° grado. Disequazioni di 2° grado intere. Disequazioni di 1° e 2° grado frazionarie. Disequazioni di grado superiore al 2°. Sistemi di disequazioni di 1° e di 2° grado. Introduzione all’insiemistica. Nozioni preliminari e notazioni. Rappresentazione grafica di Eulero-Venn. Rappresentazione Tabulare. Rappresentazione caratteristica. Insieme vuoto. Appartenenza e non appartenenza. Relazioni tra Insiemi: Simboli e significato. Inclusione o sottoinsieme: Inclusioni banali, Inclusione stretta. Insieme unitario. Operazioni tra insiemi: (Unione. Intersezione. Differenza). Insieme complementare. Proprietà delle operazioni sugli insiemi. Prodotto cartesiano di due insiemi. Introduzione alle funzioni reali di variabile reale. Proprietà delle funzioni: funzioni iniettive, funzioni suriettive, funzioni biunivoche (o anche biettive o bigettive).

Centro Studi e Ricerche “Aleph”

Via Vittorio Emanuele, 47/49

90040 - Trappeto (Palermo) - Italy

Phone + 39 091/8989830

Mobile + 39 339/325970

<http://www.centrostudialeph.it>

e-mail: centrostudialeph@interfree.it

e-mail: gaetano.perlongo@gmail.com

Funzioni inverse. Funzioni crescenti e decrescenti. Funzioni composte. Rappresentazione cartesiana delle funzioni. Funzioni pari e dispari. Classificazione delle funzioni reali di variabile reale. Grafici notevoli di funzioni elementari. Funzione costante. Funzione lineare (o affine). Funzione “valore assoluto”. Funzione quadratica. Funzione cubica. Funzione polinomiale. Funzione razionale. Funzione irrazionale. Funzione potenza. Funzione esponenziale. Complementi sui logaritmi: (Generalità. Logaritmi briggiani. Logaritmi neperiani. Proprietà dei logaritmi. Passaggio da un sistema di logaritmi ad un altro. Teoremi sui logaritmi). Funzione logaritmica. Equazioni esponenziali. Disequazioni esponenziali. Equazioni logaritmiche. Disequazioni logaritmiche. Funzione di proporzionalità inversa (iperbole equilatera). Funzione omografica. Introduzione alla goniometrica. Misura sessagesimale. Misura in radianti. Conversione di una misura da gradi sessagesimale in radianti e viceversa. Circonferenza goniometrica. Seno e coseno di un arco. Tangente di un arco. Cotangente, Secante e Cosecante di un arco. Introduzione alle funzioni goniometriche. Periodicità delle funzioni seno, coseno, tangente e cotangente. Variazione del seno e coseno. Variazione della tangente e della cotangente. Prima relazione fondamentale della goniometria. Seconda relazione fondamentale della goniometria. Valori delle funzioni goniometriche di alcuni archi particolari. Funzioni inverse: arcoseno, arccoseno e arcotangente. Funzione sinusoidale. Funzione cusinoidale. Funzione tangentoide. Espressione delle funzioni goniometriche di un arco mediante una sola di esse. Archi associati al primo quadrante. Archi supplementari. Archi esplementari. Archi complementari. Valori delle funzioni goniometriche di alcuni archi particolari: arco di 30° , arco di 45° , arco di 60° , arco di 120° , arco di 135° e arco di 150° . Formule di addizione e di sottrazione. Applicazioni delle formule di addizione e di sottrazione: arco di 15° e arco di 75° . Formule di duplicazione. Applicazioni delle formule di duplicazione: formule di triplicazione del seno e del coseno. Formule di bisezione. Formule di prostaferesi. Formule di Werner. Equazioni goniometriche in $\sin x = m$, $\cos x = n$ e $\tan x = h$. Disequazioni goniometriche in: $\sin x > h$, $\cos x > n$, $\tan x > p$. Introduzione alla geometria analitica in \mathbb{R}^2 . Piano cartesiano. Punto cartesiano. Distanza fra due punti. Equazione della retta. Retta in forma implicita. Retta in forma esplicita. Significato geometrico di coefficiente angolare. Significato goniometrico di coefficiente angolare. Condizione di parallelismo. Condizione di perpendicolarità. Equazione della bisettrice del 1° e 3° quadrante. Equazione della bisettrice del 2° e 4° quadrante. Intersezione tra due rette. Fascio proprio di rette. Equazione della retta passante per

Centro Studi e Ricerche “Aleph”

Via Vittorio Emanuele, 47/49

90040 - Trappeto (Palermo) - Italy

Phone + 39 091/8989830

Mobile + 39 339/3255970

<http://www.centrostudialeph.it>

e-mail: centrostudialeph@interfree.it

e-mail: gaetano.perlongo@gmail.com

un punto. Fascio improprio di rette. Equazione della retta passante per due punti. Altra forma notevole dell'equazione della retta: equazione segmentaria. Equazione della retta in forma parametrica. Risoluzione grafica di una disequazione. Spazio vettoriale in i^2 : generalità. Componenti cartesiane di un vettore. Norma di un vettore. Vettore libero e vettore applicato. Vettore posizione. Vettore spostamento. Algebra vettoriale: generalità. Uguaglianza tra vettori. Somma di due o più vettori paralleli. Opposto di un vettore. Prodotto tra uno scalare e un vettore. Somma di due vettori non paralleli (regola del parallelogramma). Differenza di due vettori. Prodotto scalare (o prodotto interno). Prodotto scalare coi versori. Prodotto vettoriale (o prodotto esterno). Prodotto vettoriale coi versori. Equazione della circonferenza. Equazioni di particolari circonferenze. Circonferenze concentriche. Intersezioni di una circonferenza con una retta. Posizione reciproca tra due circonferenze. Condizioni per determinare l'equazione di una circonferenza. Equazione della circonferenza passante per tre punti. Equazione della circonferenza conoscendo le coordinate del centro e un punto di passaggio. Equazione della circonferenza passante per due punti e centro appartenente a una retta data. Rette tangenti a una circonferenza. Formula di sdoppiamento. Potenza di un punto rispetto ad una circonferenza. Equazione dell'asse radicale di una circonferenza. Curve deducibili dalla circonferenza. Equazione della circonferenza immaginaria (cenni). La parabola come luogo geometrico. Equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle y. Equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle x. Intersezioni di una parabola con una retta. Rette tangenti a una parabola. Formula di sdoppiamento. Condizioni per determinare l'equazione della parabola. Conoscenza delle coordinate del vertice e passaggio per un punto. Curve deducibili dalla parabola. L'ellisse come luogo geometrico. Equazione dell'ellisse riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse delle ascisse. Proprietà dell'ellisse: Simmetria rispetto agli assi coordinate, Intersezioni con gli assi, Limitazioni dell'ellisse, Eccentricità. Equazione dell'ellisse riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse delle ordinate. Intersezioni di un'ellisse con una retta e condizione di tangenza. Formula di sdoppiamento. Condizioni per determinare l'equazione dell'ellisse. Equazione dell'ellisse riferita a rette parallele ai suoi assi. Curve deducibili dall'ellisse. L'iperbole come luogo geometrico. Equazione dell'iperbole riferita al centro e agli assi coi fuochi sull'asse delle ascisse. Equazione dell'iperbole riferita al centro e agli assi coi fuochi sull'asse delle ordinate. Proprietà dell'iperbole: Simmetria rispetto agli assi coordinate, Intersezioni con gli assi, Illimitazioni dell'iperbole, Asintoti. Eccentricità. Iperbole

Centro Studi e Ricerche "Aleph"

Via Vittorio Emanuele, 47/49
90040 - Trappeto (Palermo) - Italy
Phone + 39 091/8989830
Mobile + 39 339/3255970
<http://www.centrostudialeph.it>
e-mail: centrostudialeph@interfree.it
e-mail: gaetano.perlongo@gmail.com

equilatera. Iperbole riferita agli asintoti. Funzione omografica. Matrici: generalità. Definizioni fondamentali. Matrice quadrata. Matrice diagonale. Matrice scalare. Matrice triangolare superiore e matrice triangolare inferiore. Matrice unità. Matrice vettore riga. Matrice vettore colonna. Matrice simmetrica. Matrice trasposta. Matrice opposta. Matrice ortogonale. Sottomatrici. Matrice complementare. Algebra delle matrici: generalità. Somma di matrici. Prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto matrice-vettore. Prodotto di matrici. Determinante: generalità. Determinante di una matrice quadrata. Proprietà dei determinanti. Determinanti del 3° ordine. Determinanti di ordine n. Matrice inversa. Algoritmo di Sarrus. Algoritmo di Laplace. Complemento algebrico. Rango di una matrice. Sistemi lineari. Teorema di Cramer. Sistemi omogenei. Trasformazioni di un sistema lineare. Sistemi triangolari superiori. Metodo di Gauss. Teorema di Rouché-Capelli. Trasformazioni lineari $j^2 \rightarrow j^2$: generalità. Isometria. Simmetria centrale. Traslazioni. Rotazioni. Riflessioni. Glissoriflessioni. Omotetie. Introduzione ai limiti. Limite convergente. Limite divergente. Teorema dell'unicità del limite. Teorema del confronto o dei due carabinieri. Teorema della permanenza del segno. Teorema del limite delle funzioni monotone. Proprietà operative dei limiti finiti: 1) Limite del prodotto di una costante per una funzione, 2) Limite della somma di funzioni, 3) Limite della differenza di funzioni, 4) Limite del prodotto di funzioni, 5) Limite del quoto di funzioni, 6) Limite di elevamento a potenza di funzioni, 7) Limite di un esponenziale. Limiti immediati. Forma di indecisione. Limiti notevoli. Funzioni continue. Teorema di continuità delle funzioni composte. Teorema di continuità della funzione inversa. Funzioni discontinue di 1°, 2° e 3° specie. Proprietà delle funzioni continue definite su un insieme chiuso e limitato. Teorema di Weierstrass. Teorema di Darboux o dei valori intermedi. Teorema di Bolzano-Cauchy o dell'esistenza degli zeri. Problemi che conducono al concetto di derivata. Rapporto incrementale. Definizione di derivata. Derivata sinistra e derivata destra. Continuità delle funzioni derivabili. Significato geometrico di derivata. Significato cinematico di derivata. Derivate di funzioni elementari: derivata di una funzione costante, derivata di una variabile indipendente, derivata di una funzione potenza, derivata di una funzione radicale, derivata di una funzione goniometrica, derivata di una funzione esponenziale, derivata di una funzione logaritmica. Operazioni sulle derivate: derivata del prodotto di una costante per una funzione, derivata di una somma di funzioni, derivata di un prodotto di funzioni, derivata della potenza di una funzione, derivata di un rapporto di funzioni, derivata di una funzione reciproca, derivata della funzione tangente, derivata della

Centro Studi e Ricerche "Aleph"

Via Vittorio Emanuele, 47/49
90040 - Trappeto (Palermo) - Italy
Phone + 39 091/8989830
Mobile + 39 339/3255970
<http://www.centrostudialeph.it>
e-mail: centrostudialeph@interfree.it
e-mail: gaetano.perlongo@gmail.com

funzione cotangente. Derivazione delle funzioni composte. Derivata di una funzione elevata ad un'altra funzione. Derivate successive. Derivate inverse: derivata dell'arcoseno, derivata dell'arcocoseno, derivata dell'arcotangente, derivata dell'arcocotangente. Punti di non derivabilità: flesso a tangente verticale crescente, flesso a tangente verticale decrescente, cuspidi con vertice in alto, cuspidi con vertice in basso, punto angoloso. Teoremi fondamentali del calcolo differenziale: Teorema di Fermat sui punti stazionari, Teorema di Rolle, Teorema di Lagrange o del valor medio. Intervallo di monotonia delle funzioni. Teorema di De l'Hôpital. Massimi e minimi assoluti di una funzione derivabile. Massimi e minimi relativi di una funzione derivabile. Concavità, convessità e flessi di una funzione. Analisi completa di una funzione. Problemi di massimo e di minimo. Definizione euristica di integrale. Integrale indefinito. Proprietà degli integrali: linearità, additività. Integrali indefiniti immediati. Integrali indefiniti quasi immediati. Integrazione relative alle seguenti funzioni: 1) goniometriche, 2) inverse delle funzioni circolari, 3) esponenziali. Integrazione per sostituzione. Integrazione per parti. Integrazione per decomposizione. Integrale definito. Calcolo di aree di figure piane.

Testi di riferimento:

- Ernesto Dedò, *Algebra lineare e geometria*, Pitagora, Bologna, 2004.
- Roberto Lucchetti, Paola Radrizzani, *Algebra lineare e geometria*, Aracne, Roma, 2006.
- Gaetano G. Perlongo (a cura di), *Vademecum matematico*, Release 2.00, Pertronicware Ed. & Centro Studi e Ricerche "Aleph" Press, Trappeto (Palermo), 27 Ottobre 2007.
- Carlo Sbordone, Paolo Marcellini, *Elementi di calcolo*, Liguori, Napoli, 2004.

Centro Studi e Ricerche "Aleph"
Via Vittorio Emanuele, 47/49
90040 - Trappeto (Palermo) - Italy
Phone + 39 091/8989830
Mobile + 39 339/3255970
<http://www.centrostudialeph.it>
e-mail: centrostudialeph@interfree.it
e-mail: gaetano.perlongo@gmail.com